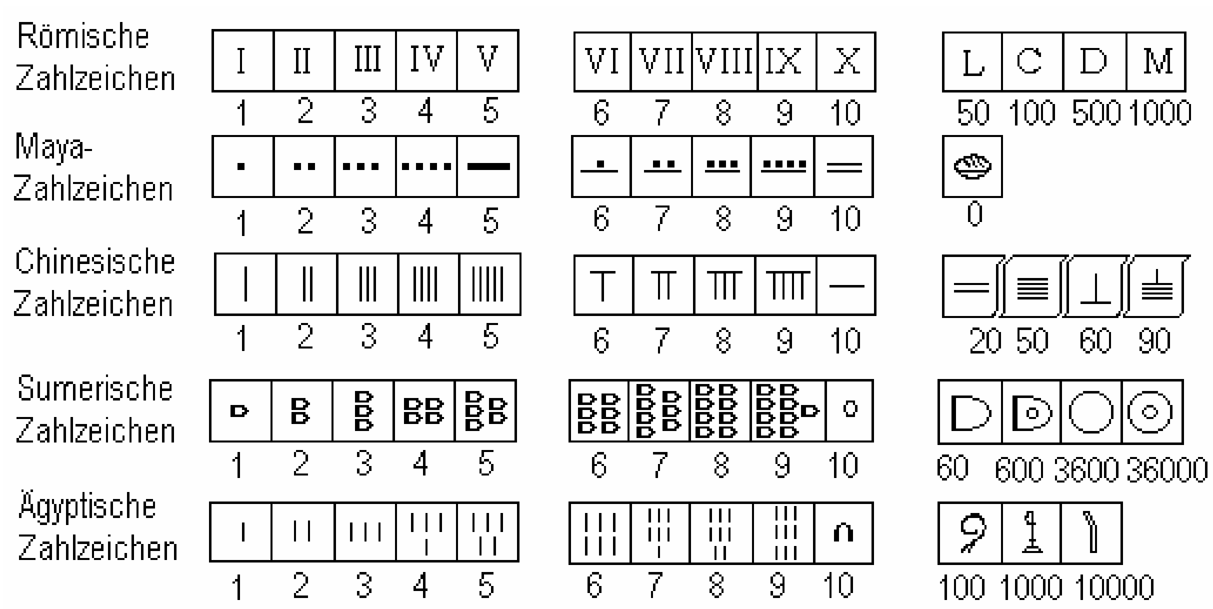
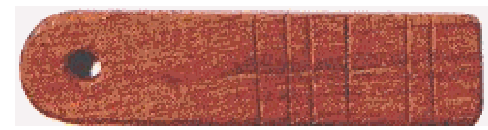
Zahlensysteme

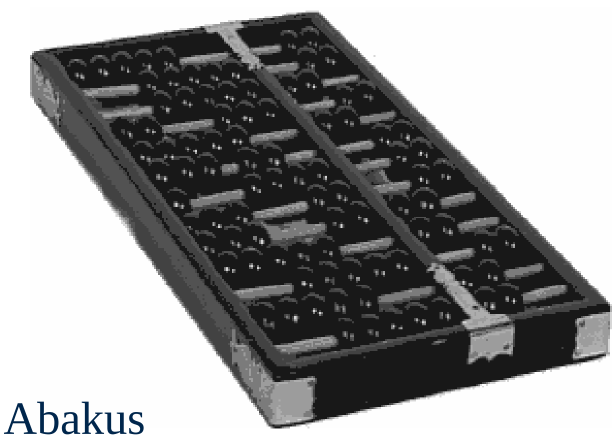
Grundlagen moderner Computer Technologie

Historische Zahlensystem und erste Rechenmaschinen





Kerbholz



Abakus

Römische Zahlen

- Die römischen Zahlen werden heute noch verwendet

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

  - Aneinanderreihung: I, II, III , X, XXX
  - Position wichtig: IV = 4, VI = 6, XL=40
  - Stets vereinfachen: XXXXX è L, LL è D

- Rechnen ist sehr schwierig

364 =	CCC	LX	IV
288=	CC	LXXX	VIII
Erste Summe	CCCCC	LLXXXX	VVII
Reduzieren	D	CXL	XII
Resultat	DC	L	II

Indisch-Arabische Zahlensystem

- Ursprung in Indien. Gelangte um 600-800 über die Handelsstrassen des Nahen Ostens zuerst nach Arabien und dann in den Mittelmeerraum.
- Stellenwertsystem, bei dem der Wert der 10 Ziffern 0,1,2,…9 von der Position abhängt. Jede Ziffer wird mit einer Zehnerpotenz multipliziert.
  - 2004 = 2*1000 + 0*100 + 0*10 + 4*1
  - 2004 = 2*10^3 + 0*10^2 + 0*10^1 + 4* 10^0
  - 2004 = 2004_{10}

Duales Zahlensystem

- Gottfried Wilhelm von Leibnitz schuf mit der Schrift De Progressione Dyadica (Rechnen mit *Dualzahlen*)im Jahre 1679 die Grundlagen des dualen Zahlensystems
- Bezeichnung für ein Zahlensystem, das nur aus zwei Ziffern besteht typischerweise der 0 und der 1.
- Da es sich um zwei Ziffern handelt, spricht man auch davon, dass die Basis des Zahlensystem die Zwei ist.

- 1011 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0
  1*8 +0*4 + 1*2 + 1*1 = 11
- Exakte Schreibweise: 1011_2 11_{10}

Rechnen mit Dualzahlen

§ Addition

$$
\begin{array}{rcl}
1011 & = & 11_{10} \\
110 & = & 6_{10} \\
{}_1{=}_1{=}{=}{=}{=}{=}{=}{=}{=}{=} & & \\
10001 & = & 17_{10}
\end{array}
$$

Rechenregeln				
0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	10

§ Multiplikation

```
6 • 5     1 1 0 • 1 0 1
-----     -------------
  3 0         1 1 0
                0 0 0
                  1 1 0
              ---------
              1 1 1 1 0
```

Rechenregeln				
0	*	0	=	0
0	*	1	=	0
1	*	0	=	0
1	*	1	=	1

Eine Multiplikation mit 2 entspricht einem Linksshift : 110 * 10 = 1100

Bitfolgen und Bytes

- Ein Bit (Binary digit) ist die kleinste Darstellungseinheit für Daten: 0 und 1.
  - Eine Bitfolge ist die Aneinaderreihung einzelner Bits.
  - Es gibt 2^n Bitfolgen der Länge n.

- Ein Byte ist eine Aneinanderreihung von 8 Bits. (Oktet)
  - $b_7 * 2^7 + b_6 * 2^6 + b_5 * 2^5 + b_4 * 2^4 + b_3 * 2^3 + b_2 * 2^2 + b_1 * 2^1 + b_0 * 2^0$
- Meistens wird nicht ein einzelnes Byte sondern eine grössere Anzahl Bytes angesprochen: z.B. Kilobytes
  - 1K = 1024 Bytes

Kilo	$2^{10} = 1024$	1K
Mega	$2^{20} = 1048576$	1M
Giga	$2^{30} =$	1G
Tera	2^{40}	1T
Peta		

Hexadezimalsystem

§ 4 Binärstelle = 1 Hexadezimalziffer   (16'er System)

- Kodiertabelle

0=0000	1=0001	2=0010	3=0011
4=0100	5=0101	6=0110	7=0111
8=1000	9=1001	A=1010	B=1011
C=1100	D=1101	E=1110	F=1111

- Beispiel: vom Byte zur Hexadezimalen Darstellung

254 = 11111110 = 1111 1110 = FE

12 = 00001100 = 0000 1100 = 0C

Gängige Zahlensysteme

- Ziffernfolge der Länge m: $x_0\ x_1\ \ldots.\ x_{m-1}$
- Stellenwertsystem mit Basis b
- $xb = x_1 * b^0 + x_1 * b^1 + x_2 * b^2 \ldots. + x_{m-1} * b^{m-1}$

Dezimal:	xi {0,1, ….9 }	b=10
Dual:	xi {0,1}	b=2
Hexadezimal:	xi {0,1,…9,A,B,..F}	b=16